შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 12

04.05.2014/ მათ/IV/ [redacted]

M458

ამოცანა № 4

გვერდი № 1.

$p(16) = 3^{2012}$.

$p(16) = 30\,3^{2012}$.

$p = -x + 3^{2012} + 16$.

$Q(x) = p(x)$.

$(Q(3^{2012}) = 16$.

$|Q(3^{2012})|$ [illegible] 16-ზე [illegible].

[illegible], რომ

$|Q(3^{2012})|$ [illegible] 16-ზე [illegible].

$Q(x) = a_n x^n + \dots + a_0$.

$Q(x) = x(a_n x^{n-1} + \dots + a_1) + a_0$

$x = 3^{2012}$. $\Rightarrow$ [illegible] $a_n x^{n-1} + \dots + a_1$ [illegible]

$= 0$ [illegible]. $a_n x^{n-1} \dots a_1$ [illegible]

$x - 3^{2012}$ [illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 12

04.05.2014/ მათ/IV/ M458

ამოცანა № 4

გვერდი № 2.

$a_n = 1$. [illegible]

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

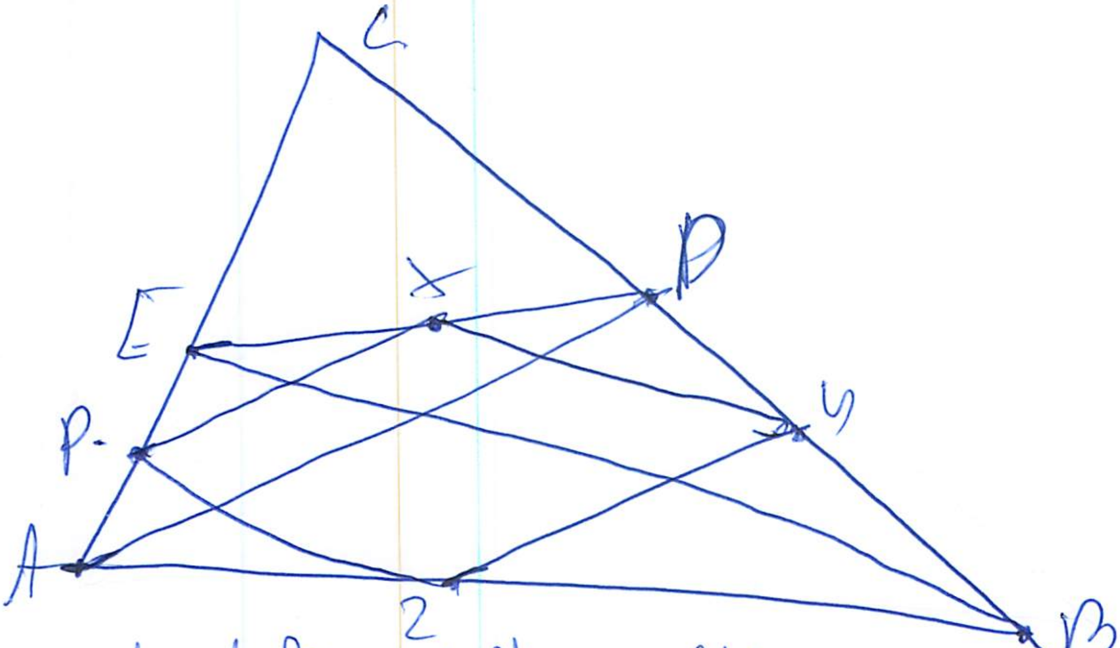
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 12

04.05.2014/ მათ/IV/ M458

ამოცანა № 5

გვერდი № 1.



[illegible]

[illegible]

$$\frac{EX}{XD} = \frac{EP}{PA} = \frac{BY}{DY} = \frac{BZ}{AZ} = \frac{EB}{AD}$$

$$PX = XY = ZY = PZ = \frac{EB \cdot AD}{AD+EB}$$

$\Downarrow$

1) PXYZ [illegible] 2). $PZ \parallel XY \parallel EB$, $PX \parallel ZY \parallel AD$.

$\angle YZB = \angle DAB = \frac{A}{2}$ [illegible] $\Delta ABB \sim \Delta ZYB$.

$\angle PZA = \angle EBA = \frac{B}{2}$ [illegible] $\Delta AEB \sim \Delta APZ$.

$\angle PZY = 180 - \frac{\angle A + \angle B}{2} \Rightarrow \angle XPZ = \frac{\angle A + \angle B}{2}$.

$\angle XPZ$ [illegible] [illegible] [illegible]

$\angle A \geq \angle B$.

$\Downarrow$

$\angle XPZ \leq \angle A$.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 12

04.05.2014/ მათ/IV/[redacted]

M458

ამოცანა № 6

გვერდი № 1.

$n^4+n^2+1 = (n^2+1)^2 - n^2 = (n^2-n+1)(n^2+n+1).$

$(n+1)^4+(n+1)^2+1 = ((n+1)^2+1)^2 - (n+1)^2 = ((n+1)^2-n)((n+1)^2+n+2) =$

$= (n^2+n+1)((n+1)^2+n+2).$

~~ვთქვათ~~ $\cancel{n = k!}$ $\cancel{k \geq 3.}$

~~მაშ.~~ $\cancel{k!^2+k!+1}$ ~~და~~ $\cancel{k!^2 - k!+1}$ ~~იქნებიან~~

~~მარტივი რიცხვები. ვიღებთ~~

$n \geq 3.$ $n \vdots 3.$

თუ n^4+n^2+1 არის მარტივი. n^4+n^2+1-ის ყველა

მარტივი გამყოფი ნაკლები n^2+n+1.

$(n+1)^2+n+2 \vdots 3$

$3(n^2+n+1) \geq (n+1)^2+n+2.$

$2n \geq 0.$ $\Rightarrow$

მარტივი გამყოფი.

$\Rightarrow$ $(n+1)^4+(n+1)^2+1$-ის ყველა ~~გამყოფი~~ გამყოფი ნაკლებია

$n^2+n+1.$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 12

04.05.2014/ მათ/IV/[redacted]

M458

ამოცანა № 6

გვერდი № 2.

~~n^2+n+1 $n=k!$ $k\geq 3$.~~

~~$k!^2+k!+1$ უნდა იყოს მარტივი რიცხვი.~~

n^2+n+1 $n=3$ და n^2+n+1 უნდა იყოს მარტივი რიცხვი.

~~$n=$ ყველა მარტივი რიცხვის ნამრავლს 2-ის გარდა (რადგან n^2+n+1 არ იყოფა 2-ზე).~~

~~რადგან~~

n — იყოს ისეთი $p\geq 3$ არის მეტი ყველა მარტივი რიცხვის ნამრავლი.

მაშინ n^2+n+1 იქნება მარტივი და უსასრულოდ ბევრი ასეთი n^2+n+1 იქნება რ.დ.გ.